Из книги Генри Р. Нив
"Пространство Доктора Деминга"

ЧАСТЬ 2. Основы (кое-что об основах).

Глава 12. Функция потерь Тагути — более подробное рассмотрение

График функции потерь Тагути, показанный на рис. 34, — это парабола, имеющая вертикальную ось и минимальное значение, равное нулю, в точке номинального значения показателя качества. Уравнение такой параболы имеет вид:

$$L(x) = c(x - x_0)2,$$

где x — измеряемое значение показателя качества, X0 — ее номинальное значение, L(x) — значение функции потерь Тагути в точке x; c — коэффициент масштаба (подбираемый в соответствии с используемой денежной единицей при измерении потерь).

Это наиболее естественная и простая математическая функция, пригодная для представления основных особенностей функции потерь Тагути, рассмотренных в главе 11 (Некоторые статистики смогут обнаружить очевидную аналогию такого выбора для функции потерь Тагути с методом наименьших квадратов.). Конечно, это не означает, что такой ее вид — "наилучший" выбор в каждом конкретном случае ее применения. Отметим, например, тот факт, что вышеприведенная формула предполагает одинаковый уровень потерь при отклонениях от номинала в обе стороны (в конце предшествующей главы мы как раз рассмотрели конкретный случай, когда данное предположение не выполняется). С другой стороны, хотя данная модель часто служит разумным приближением для показателя качества в пределах его допусков и на не слишком большом удалении от границ допуска, она, очевидно, не подходит для больших отклонений от номинального значения. Однако наши процессы не столь уж плохи, чтобы нам требовалось рассматривать такие большие отклонения.

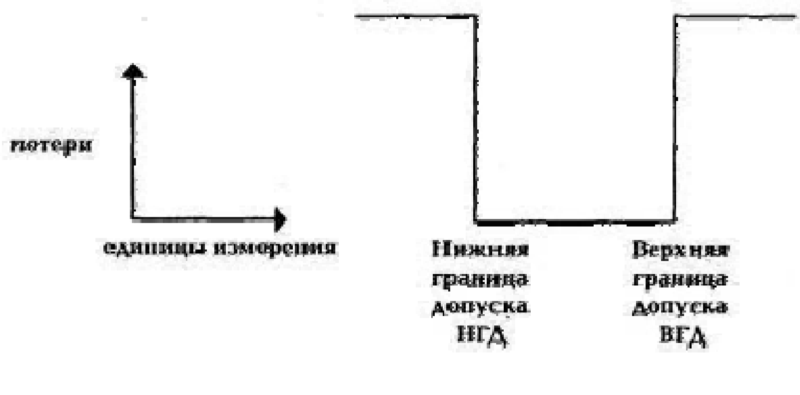

Рис. 36. Представления с помощью функции потерь Тагути подхода к управлению качества на основе границ допусков

Но даже если наша параболическая модель и не вполне "корректна", она, без сомнения, значительно ближе к действительности, чем функция потерь, соответствующая подходу к качеству на основе установления границ допусков, представленная на рис. 36. Последняя модель предполагает, что потери отсутствуют при всех отклонениях от номинала в пределах допусков, но они возникают скачками на границах поля допуска. С учетом обсуждения, проведенного в предшествующей главе, нет необходимости детализировать здесь далее рассмотрение этого вопроса, за исключением следующего аспекта. Припомните наблюдение, сделанное нами в главе 11, об осознании важности допусков, и само собой приходит толкование. В любой системе, будь то механической или бюрократической, которая "спохватывается" только тогда, когда что-либо выходит за границы допусков, — сами такие скоропалительные действия впопыхах оказываются весьма дорогостоящими. Значит, в подобных случаях действительно имеет место резкое увеличение потерь после выхода показателя качества за границы допусков, но эти потери обусловлены самой системой управления, а не возникают в результате отклонений уровня качества самой продукции или услуги.

Ниже мы воспользуемся параболической моделью для более детального изучения понятий и примеров, рассмотренных в главе 11. Поскольку это всего лишь модель, сами конкретные числа, получаемые в ходе расчетов, не так уж важны. Незначительные отличия в числах не будут поэтому рассматриваться как что-то значимое; стратегия, которая дает несколько большие потери, чем какая-то другая стратегия в предположении применимости этой модели, для функции потерь вполне может оказаться более предпочтительной при замене этой модели на другую. Но когда мы обнаруживаем различия на целые порядки, когда, например, потери от одной стратегии в 10, 50 или даже 100 раз больше, чем от другой, то тогда мы можем с полной уверенностью сказать, что различия в стратегиях действительно весьма значительны, даже с учетом того, что параболическая модель всего лишь идеализация.

В качестве дальнейшей идеализации, которая нужна для проведения численных сравнений в данной главе, мы вынуждены предположить, что рассматриваемые здесь процессы будут абсолютно стабильными. Припомните, в главе 4 термин "абсолютно стабильный" предполагает, что статистическое распределение процесса неизменно, не "колеблется", в частности, это означает, что мы можем говорить тогда в терминах истинных значений для среднего и стандартного отклонения, которые мы обозначим (только в данной главе) символами и и о соответственно. (Это, конечно, противоречит важному замечанию Деминга касательно реальных процессов, сделанному им на 334 стр. в "Выходе из кризиса".)

Мы будем далее использовать понятие средних потерь Тагути. Средние потери Тагути, применительно к выборке или партии из n изделий, для которых значения рассматриваемого показателя качества x, равны:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} L(x_i) = \frac{c}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_o)^2$$

Если процесс абсолютно стабилен и имеет плотность распределения вероятности, тогда средние потери Тагути можно вычислить из:

$$\int L(x)\,f(x)\,dx = c\int (x - x_o)^2 f(x)\,dx,$$

что соответствует площади под кривой, задаваемой произведением функции потерь L(x) на плотность вероятности f(x). Некоторые очевидные математические преобразования позволяют привести это выражение к виду:

$$c\{\sigma^2 + (\mu - x_0)^2\}$$

где члены внутри фигурных скобок {...} представляют соответственно квадратичное (стандартное) отклонение (обычно связанное с дисперсией) и квадрат смещения. Следует заметить, что таким образом средние потери Тагути не зависят каким-то сложным образом от f(x); их можно весьма просто вычислить, если известны простые параметры, входящие в последнее выражение. (Важным следствием этого является то, что не надо делать какие-либо предположения относительно вида функции, например, о ее соответствии, близости нормальному (Гауссовому) распределению. Мы, однако, исследовали нормальное распределение для иллюстрации на рис. 37-40, а также в деталях процесса, вычисленных в последних двух примерах данной главы.)

Чтобы облегчить сравнения, давайте также введем обозначение для воспроизводимости процесса. Она определяется в разных компаниях различным образом, но мы будем ее полагать равной: разность между Верхней и Нижней Границами допуска / разность между Верхней и Нижней естественными Границами процесса, где для "Естественных Границ Процесса" мы используем "истинные" границы 3 о для индивидуальных наблюдений, так что знаменатель можно представить просто как 6 о.

Эффективность, равная 1 (единичная воспроизводимость), соответствует процессу, который в большинстве случаев едва-едва укладывается в границы допусков (Например, если процесс точно центрирован, а распределение нормальное, то в среднем одно измерение из почти 400 будет выходить за границы допуска и при этом на весьма незначительную величину.). Процесс иногда называют воспроизводимым и невоспроизводимым в зависимости от того, превосходит ли показатель воспроизводимости единицу или нет. Обычный образ мыслей на Западе — признание значения 1 1/3 как соответствующего исключительно эффективному процессу, а значение 1 1/3 уже, возможно, слишком экстравагантным, т. к. вероятность получения в этом случае измерения за пределами допусков оказывается пренебрежимо малой. Однако заметим, что данные о процессах из японской практики, упоминаемые в главе 11, позволяют оценить их уровень воспроизводимости равными от 3 до 5. И для того, чтобы мера воспроизводимости отражала то, что процесс может давать на самом деле (а не то, на что он потенциально способен), необходимо предположить, что процесс точно настроен (центрирован), т. е. среднее процесса совпадает с номинальным значением х. Мы рассмотрим ниже, что случается, если это предположение не выполняется.

Мы должны выбрать значение масштабного коэффициента с в уравнении для параболы таким образом, чтобы процесс, имеющий воспроизводимость 1 и точно центрированный, имел бы средние потери Тагути равные 100 единицам. Вначале давайте рассмотрим значения средних потерь Тагути для абсолютно стабильного процесса, точно настроенного на номинальное значение ху, но в предположении различной воспроизводимости процесса.

Таблица 1. Абсолютно Стабильный Процесс, Точно Настроенный

Воспроизводимость	?	1/3	1	1 1/3	1 2/3	2	3	5
Средние потери Тагути	400	178	100	56	36	25	11	4

Мы видим, что повышение воспроизводимости от 1/3 до 1 1/3 в самом деле уменьшает средние потери Тагути от половины до трети их значения по сравнению с потерями, соответствующими единичной воспроизводимости. Однако повышение воспроизводимости до 3-5 дает огромные снижения, описываемые в терминах "порядков величин", как мы говорили об этом ранее. Графики средних потерь Тагути, в зависимости от воспроизводимости процессов, для всех примеров, рассматриваемых в данной главе, показаны на рис. 41.

Важность точной настройки (центрирования) процесса можно быстро оценить, сравнивая данные табл. 1 и табл. 2, приводимой ниже. Данные в табл. 2 рассчитаны в предположении, что процесс неточно настроен и центрирован в середине диапазона между номиналом и одним из пределов допуска.

Таблица 2. Абсолютно Стабильный Процесс, центрировaанный посередине между номиналом и одной из границ допуска

Воспроизводимость	?	1/3	1	1 1/3	1 2/3	2	3	5
Средние потери Тагути	625	403	325	281	261	250	236	229

Плохая настройка процесса полностью разрушает все потенциальные преимущества улучшения воспроизводимости. Однако даже при такой плохой настройке процесс, имеющий воспроизводимость 2 и выше, практически не будет давать изделий, выходящих за границы допусков. Поэтому, хотя такой процесс рассматривался бы как безусловно выдающийся с точки зрения удовлетворения заданных допусков, то рассмотренный с позиций функции потерь Тагути он, безусловно, намного хуже по сравнению с точно настроенным процессом, например, для эффективности равной 2, потери в табл. 2 в десять раз превышают потери, приводимые в табл. 1.

Сейчас мы приступаем к рассмотрению двух примеров, описанных в конце предшествующей главы. Сначала обратимся к проблеме износа инструмента. Давайте припомним детали. Процесс первоначально настроен так, чтобы результаты измерений были близки к Верхней Границе допуска (ВГД). Затем износ инструмента будет приводить к постепенному уменьшению значений; когда результаты начинают приближаться к Нижней Границе допуска (НГД), процесс останавливается и инструмент меняется. Отметим здесь, что воспроизводимость рассматриваемого процесса (без учета его дрейфа) должна быть больше 1, чтобы такую схему вообще можно было бы реализовать, иначе возможность для маневрирования вообще бы отсутствовала. Для полноты картины ниже мы рассмотрели также случай, соответствующий единичной воспроизводимости.

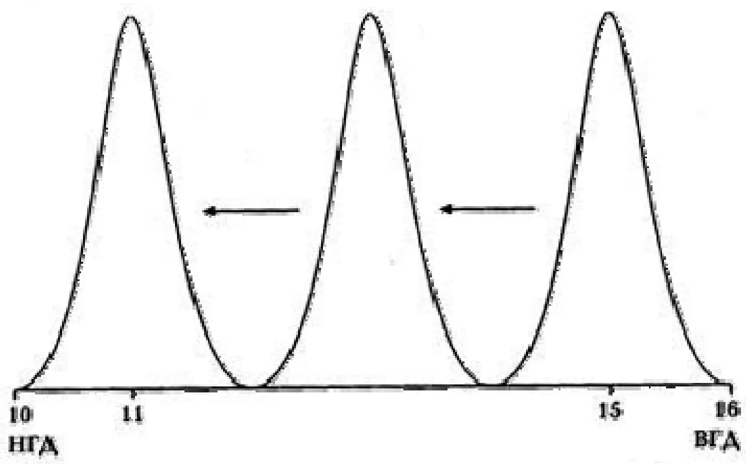

Рис. 37. Процесс с дрейфом. Воспроизводимость = 3

На рис. 37 показан случай, когда воспроизводимость процесса равна 3. Для примера мы принимаем значения НГД и ВГД равными 10 и 16 соответственно, а стандартное отклонение o равным 1/3 (если бы o была равна 1, то воспроизводимость процесса тоже была бы равна единице). Первоначально мы настраиваем центр распределения на 15, так что распределение попадает как раз ниже ВГД. Предположим, что среднее процесса с постоянной скоростью смещается вниз, к значению 1, и в этот самый момент мы останавливаем процесс, меняем инструмент и настраиваем его вновь на 15. (Если бы эффективность процесса была 2 вместо 3, т. е. o = 0,5, тогда мы были бы должны первоначально установить центр процесса на 14,5 и позволить ему затем смещаться вниз до 11,5, когда пора заменять инструмент. Этот случай представлен на рис. 38.) Средние потери Тагути для процессов с различной воспроизводимостью, которыми "управляют" таким образом, представлены в табл. 3А. (При этом стоимость замены инструмента в явном виде при расчетах не учитывалась.)

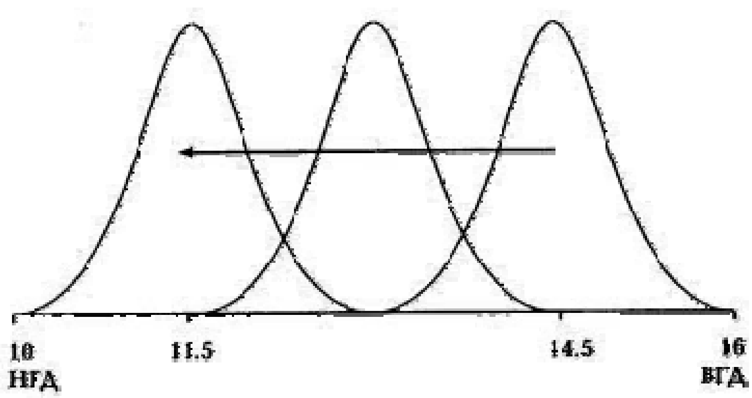

Рис. 38. Процесс с дрейфом. Воспроизводимость = 2

Таблица 3А. Процесс с постоянной скоростью дрейфа. Начинается и останавливается таким образом, чтобы только избежать выхода за границы допуска.

Воспроизводимость	1	1 1/3	1 2/3	2	3	5
Средние потери Тагути	100	75	84	100	144	196

Однако что за сюрприз! Для малых значений воспроизводимости потери Тагути вначале уменьшаются, но вскоре начинают увеличиваться, так что потери для процесса с воспроизводимостью 5 оказываются более чем в 2 раза большими, чем для процесса с воспроизводимостью, равной 1! По здравому размышлению причина для такого увеличения становится ясной. Когда воспроизводимость процесса велика, его первоначальная настройка дает значения, очень близкие к ВГД, и таким образом он принужден давать изделия с параметрами, сильно отличающимися от номинальных, что соответственно приводит к высоким потерям Тагути. То же самое справедливо, когда процесс уже сместился к НГД в моменты, непосредственно предшествующие смене инструмента. Вследствие квадратичного характера функции потерь ущерб, вызванный этими экстремальными ситуациями, превышает выгоды от получения хороших изделий в моменты, когда процесс находился вблизи номинального значения, на полпути от ВГД к НГД.

Отметим, что полученный вывод находится в прямом противоречии с миром, основанным на использовании модели удовлетворения требованиям допусков. Сама схема организована таким образом, чтобы вне зависимости от того, какова воспроизводимость процесса (коль скоро она превышает 1), не производилось бы продукции, выходящей за границы технических требований. Увеличение показателя эффективности процесса с этой точки зрения имеет то положительное следствие, что процесс может длиться дольше до момента, когда возникает необходимость замены инструмента; однако, как мы теперь видим, эта выгода является ложной с точки зрения потерь Тагути. Средние потери Тагути существенно снизятся, если мы сможем, например, менять инструмент в два раза чаше. Так, для процесса с воспроизводимостью 3 это позволит настроить его первоначально на 14 (а не на 15) и заменить его, когда среднее значение снизится до 12 (а не до 11). Средние потери Тагути будут в этом случае равны 44, вместо 144 — хотя это все еще и близко не подходит к результату, который дает процесс с воспроизводимостью 3 без смещения (в этом случае в соответствии с табл. 1 средние потери Тагути равны 11). В то же время это существенное улучшение по сравнению с тем, что получается, если мы ждем до предела возможного, прежде чем сменить инструмент. Таблица 3В показывает результат в два раза более частой смены инструмента для тех же значений воспроизводимости, что в табл. 3А.

Таблица 3В. Процесс с постоянной скоростью дрейфа. Замена инструмента происходит в два раза чаще, чем в табл. 3А, при этом процесс настраивается как можно ближе к номиналу.

Воспроизводимость	1	1 1/3	1 2/3	2	3	5
Средние потери Тагути	100	61	48	44	44	52

Стоит ли существенное уменьшение средних потерь Тагути по сравнению с потерями, соответствующими табл. 3А, тех дополнительных затрат, которые возникают из-за в два раза более частой замены инструмента? На этот вопрос должен дать ответ тот, кто руководит системой.

И, наконец, мы подошли к рассмотрению операции обрубки. Вспомним, что среднее процесса было настроено на значение, превышающее номинал в силу той очевидной логики, что легче сделать длинный пруток короче, чем удлинить короткий! Давайте промоделируем этот случай, предположив, что среднее значение процесса обрубки установлено на ВГД, и, если длина прутка оказывается больше, чем верхний допуск, тогда от него отрубается дополнительный отрезочек, равный интервалу допуска (т. е. разности между ВГД и НГД). Конечно же, это опять весьма упрощенная модель, но результат очень интересный и очень хорошо согласуется с той реальной ситуацией, которая послужила поводом для настоящего рассмотрения.

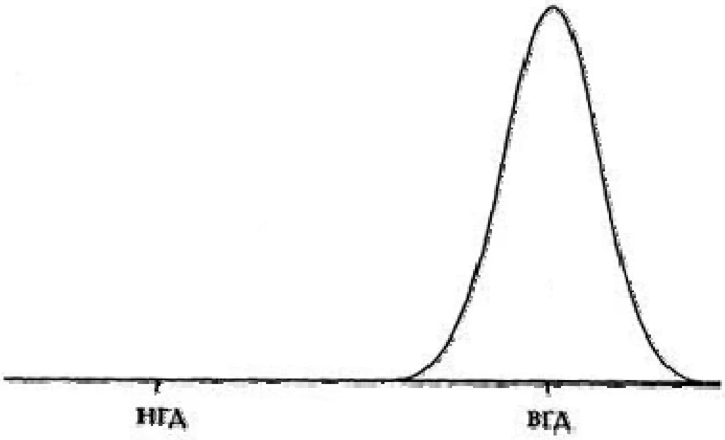

Рис. 39. Операция обрубки. Распределение длин в начальный момент

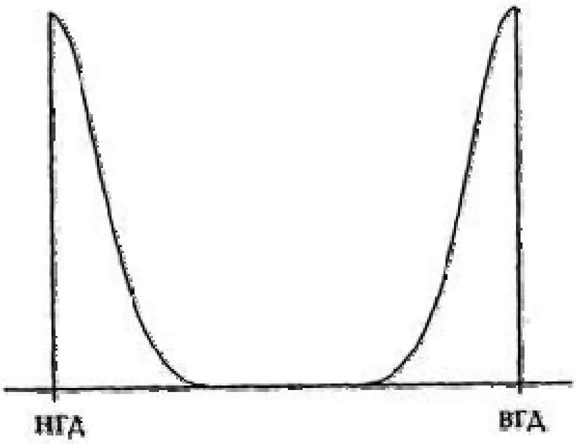

Рис. 40. Операция обрубки. Распределение после переделки

Проблема, связанная с данной схемой, легко обнаруживается при рассмотрении двух рисунков. Распределение, соответствующее первой обрубке, представлено на рис. 39. После того как сделана повторная обрубка для половины прутков, оказавшихся чересчур длинными, длины оставшихся прутков имеют распределение, показанное на рис. 40.

Таблица 4. Операция обрубки, центрирована на ВГД. Пруток с длиной, большей чем ВГД, дополнительно обрубается на величину, равную ВГД-НГД.

Воспроизводимость	?	3/4	1	1 1/3	1 2/3	2	3	5
Средние потери Тагути	343	439	521	597	649	686	752	808

Отсюда немедленно становится очевидным, почему средние потери Тагути оказываются такими высокими (см. табл. 4). Для большинства прутков их длины оказываются близкими к границам допусков, и лишь для очень малого их числа вообще имеют место случаи, когда их длина оказывается близкой к номиналу. Другими словами, большинство прутков имеют длины, дающие максимальные значения функции потерь из всех возможных значений внутри диапазона допусков. В то же время практически отсутствуют прутки с длинами, дающими малый вклад в среднюю функцию потерь. Так же как и в предшествующем случае, для читателя должно быть очевидно, что это еще один случай, когда увеличение воспроизводимости процесса на самом деле лишь ухудшает положение дел.

Как мы видим, система, которая вполне имеет смысл с точки зрения удовлетворения требованиям допусков, дает абсолютно плачевный результат в терминах функции потерь Тагути.

Как отмечалось ранее, рисунок 41 показывает нам графики зависимостей средних потерь Тагути для всех примеров, которые мы исследовали в данной главе. Бросаются в глаза огромные различия — различия, которые, однако, скрыты от нас, если мы удовлетворяемся только требованиями допусков (спецификаций).

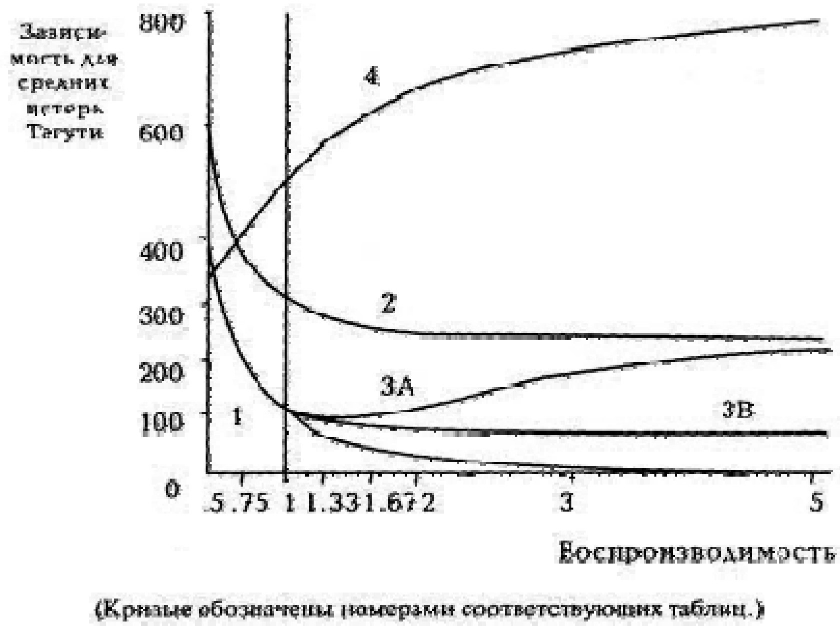

Рис. 41. Графики зависимостей для средних потерь Тагути

Материал подготовил Р.И. Кутлахметов